Innere Variable

Innere Variablen dienen zur Beschreibung inelastischer Materialeigenschaften. Diese nicht beobachtbaren Zustandsgrößen können skalare oder tensorielle Größen sein und definieren materielle Defekte wie Versetzungen oder Mikrorisse. Diese inneren Variablen werden in den Konstitutivgleichungen eingeführt.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Hierbei ist zu beachten, dass ... in der Gleichung der freien Energie ( ), der spezifischen Entropie (), des Spannungstensors () und des Wärmeflussvektors (q), immer den selben ausgewählten Defekt in die Gleichung einbringt. Die innere Variablen dokumentieren die historischen Belastungen des inelastischen Materials. Hierfür werden zeitabhängige Evolutionsgleichungen, abhängig von den Konstitutivgleichungen und den inneren Variablen, formuliert.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Diese Evolutionsgleichungen müssen unter Berücksichtigung der folgenden Anfangsbedingungen integriert werden.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

.

Nimmt man nun das Beispiel eines linear elasto-plastischen Materiales mit isotroper und kinematischer Verfestigung, kann unter der Annahme kleiner Verzerrungen eine additive Zerlegung des Verzerrungstensors in seine elastischen und plastischen Anteile vorgenommen werden.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

In diesem Beispiel, beschreibt als skalare innere Variable die isotrope Verfestigung und als tensorielle innere Variable die kinematische Verfestigung.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Die freie Energie ist nur von der elastischen Verzerrung abhängig. Die plastische Deformation führt nicht zu einer Erhöhung der Spannung. Dies ermöglicht folgende Umformung:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Daraus ist die Identität,

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

abzuleiten. Das totale Differential ergibt sich zu,

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Aus der Clausius-Duhem Ungleichung folgt,

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Für beliebige Prozesse folgt,

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Mit den Definitionen,

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |